

**Ю.В.БАТЫГИН**, докт.техн.наук;

**А.Ю.БОНДАРЕНКО**, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»

## **АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ УСИЛИЙ В СИСТЕМЕ ПЛОСКИЙ ИНДУКТОР ПРЯМОГО ПРОПУСКАНИЯ ТОКА – ОБРАБАТЫВАЕМАЯ ЗАГОТОВКА**

Проаналізовано фізику процесів у системі «площинний індуктор з прямим пропусканням струму – заготовка, яка обробляється». Знайдено аналітичні вирази для електродинамічних зусиль з урахуванням часової функції розрядного струму магнітно-імпульсної установки.

The physics of the processes that occur within the «treated part blank - junction inductor with direct current transmission» system has been analyzed. The analytic expressions for the electrodynamic efforts taking into consideration the time function of a discharge current generated by magnetic pulse unit have been derived.

В практике магнитно-импульсной обработки металлов используются индукторы с непосредственным подводом тока к обрабатываемой заготовке [1–3], которые в разных литературных источниках имеют разные названия: индукторы прямого пропускания тока или электродинамические индукторы. Принцип их действия заключается в электродинамическом взаимодействии токов, протекающих непосредственно в индукторе и обрабатываемой заготовке [1,2]. В зависимости от направления протекания токов в заготовке и индукторе ( в одном направлении или в противоположном ) обрабатываемая заготовка будет либо отталкиваться, либо притягиваться к индуктору. Плоские индукторы данного класса, работающие на притяжение обрабатываемой заготовки к индуктору, могут использоваться для устранения вмятин в автомобильных кузовах, рихтовки крупногабаритных листовых изделий и т.п. технологических операциях.

Рассмотрим плоский индуктор прямого пропускания тока, предназначенный для притяжения заготовки к индуктору. Схематически такая индукторная система приведена на рис. 1.

Разрядный ток магнитно-импульсной установки протекает в одном направлении по индуктору и заготовке. Электрическая схема включения индуктора и заготовки представляет собой параллельное соединение двух проводников, которые имеют электрический контакт в точках 4 на рис. 1. Распределение плотности импульсного тока и температуры в местах контакта индуктора и заготовки можно определить по формулам работы [4]. Для выполнения описанной операции необходимо знать величину электродинамических сил в системе : плоский индуктор – обрабатываемая заготовка с учетом конечных размеров проводников и временной зависимости токов, протекающих в них.

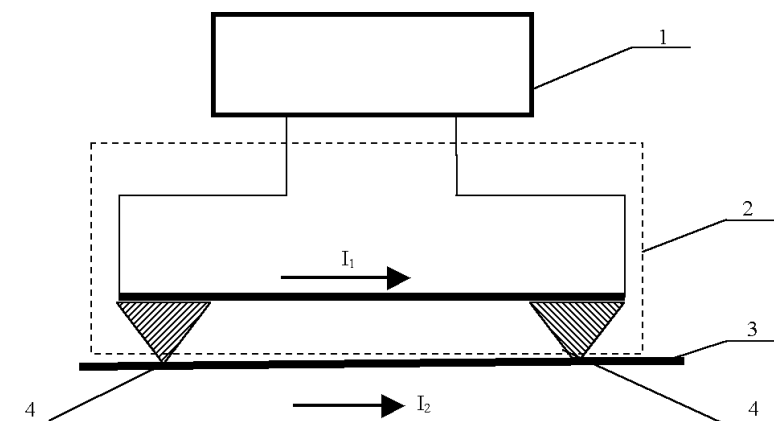


Рисунок 1 – Принципиальная схема плоского индуктора прямого пропускания тока:  
 1 – магнитно-импульсная установка; 2 – плоский индуктор;  
 3 – обрабатываемая заготовка; 4 – электрический контакт индуктора и заготовки;  
 $I_1$  – ток, протекающий в индукторе;  $I_2$  – ток, протекающий в заготовке

Реально, в предложенной электродинамической индукторной системе взаимодействуют плоские проводники, имеющие в поперечном направлении конечную протяженность. Для получения расчетных соотношений воспользуемся моделью на рис. 2, где в поперечном сечении показаны два параллельных ленточных проводника с токами  $I_1$  и  $I_2$ , распределение которых по ширине проводника равномерное. Направления токов не оговаривается. Они могут быть направлены одинаково или противоположно. В расчетных соотношениях этот факт приведет лишь к изменению знака действующей силы.

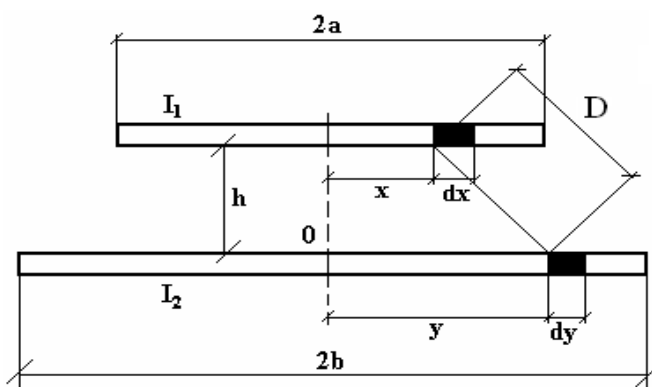


Рисунок 2 – Расчетная модель электродинамического взаимодействия двух параллельных ленточных проводников с токами

В соответствии с чертежом, в каждом из ленточных проводников выделены элементы  $dx$  и  $dy$ . Расстояние между ними  $D = \sqrt{(y-x)^2 + h^2}$ .

Дифференциал силы взаимодействия по закону Ампера будет равен [5]:

$$dF = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{4(a \cdot b)} \cdot \ell \cdot \frac{dx \cdot dy}{\sqrt{(y-x)^2 + h^2}}, \quad (1)$$

где  $\ell$  – длина проводников (в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа),  $2a$ ,  $2b$  – их ширина,  $h$  – расстояние между ленточными проводниками.

Интегрируя выражение (1) по переменным  $y \in [-b, b]$ ,  $x \in [-a, a]$ , находим, что

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{\ell}{h} \cdot G(a, b), \quad (2)$$

где

$$G(a, b) = \left( \frac{h}{4a \cdot b} \right) \cdot \int_{-a}^a \ln \left[ \frac{\sqrt{(b-x)^2 + h^2} + (b-x)}{\sqrt{(b+x)^2 + h^2} - (b+x)} \right] \cdot dx.$$

Достоверность полученной формулы легко проверить предельным переходом к идеализации, когда проводники не имеют поперечных размеров (закон Ампера для линейных токов, соответственно  $a, b \rightarrow 0$ ).

$$\begin{aligned} \lim_{a, b \rightarrow 0} G(a, b) &= \lim_{a, b \rightarrow 0} \left( \frac{h}{4a \cdot b} \right) \cdot \int_{-a}^a \ln \left[ \frac{\sqrt{(b-x)^2 + h^2} + (b-x)}{\sqrt{(b+x)^2 + h^2} - (b+x)} \right] \cdot dx = \\ &= \lim_{a, b \rightarrow 0} \left( \frac{h}{4a \cdot b} \right) \cdot \ln \left[ \frac{h+b}{h-b} \right] \cdot 2a = \lim_{a, b \rightarrow 0} \left( \frac{h}{4a \cdot b} \right) \cdot 2a \cdot \ln \left[ 1 + 2 \cdot \frac{b}{h} \right] = 1. \end{aligned}$$

С учетом данного результата формула (2) будет полностью совпадать с законом Ампера для идеализированных линейных проводников.

Интеграл в выражении для  $G(a, b)$  может быть вычислен в квадратурах.

$$\begin{aligned} G(A, B) &= \frac{1}{2A \cdot B} \cdot \left( \sqrt{1 + (A-B)^2} - \sqrt{1 + (A+B)^2} + B \{ \operatorname{arsh}(A-B) + \operatorname{arsh}(A+B) \} + \right. \\ &\quad \left. + A \cdot \ln \left[ \left\{ (B-A) + \sqrt{1 + (B-A)^2} \right\} \cdot \left\{ (B+A) + \sqrt{1 + (B+A)^2} \right\} \right] \right), \quad (3) \end{aligned}$$

где

$$A = \frac{a}{h}, \quad B = \frac{b}{h}.$$

Полученная формула представляется довольно громоздкой, но она существенно упрощается в случае проводников одинаковой ширины  $a = b = L$ :

$$G\left(\frac{L}{h}\right) = \frac{1 - \sqrt{1 + 4\left(\frac{L}{h}\right)^2} + 2\frac{L}{h} \cdot \operatorname{arsh}\left(2\frac{L}{h}\right)}{2\left(\frac{L}{h}\right)^2}. \quad (4)$$

Основным отличием при расчете электродинамических усилий в реальной системе плоский индуктор прямого пропуска тока – обрабатываемая заготовка по сравнению с идеализированной системой проводников является дополнительная функция  $G(a,b)$ .

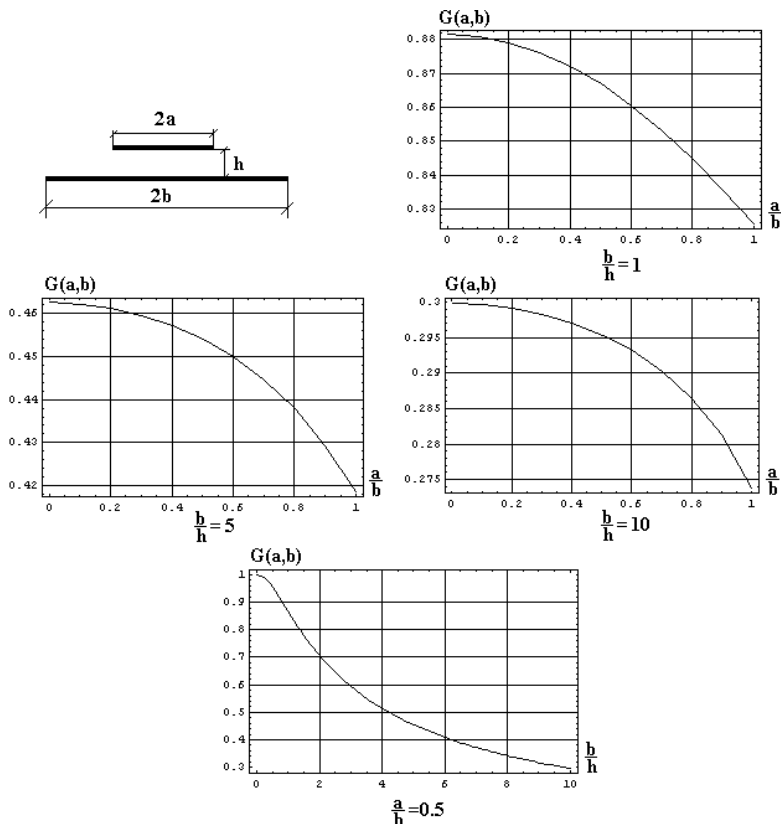


Рисунок 3 – Изменение функции  $G(a,b)$  в зависимости от геометрии системы плоский индуктор прямого пропуска тока – обрабатываемая заготовка.

Проанализируем влияние этой функции на величину электродинамических усилий. Как было показано выше максимальное значение, равное единице, функция  $G(a,b)$  принимает при  $a, b \rightarrow 0$ , то есть в случае идеализирован-

ных линейных проводников.

На рис. 3 представлены результаты вычислений по формуле (3).

Первые три графика отражают изменение амплитуды сил взаимодействия при различных соотношениях поперечных размеров ленточных проводников –  $(a/b)$  при фиксированной ширине одного из них относительно расстояния между ними –  $(b/h)$ .

Четвертый график, иллюстрирует зависимость амплитуды сил взаимодействия от ширины одного из проводников –  $(b/h)$  при фиксированном соотношении их поперечных размеров –  $(a/b)$ .

Представленные на рис. 3 результаты вычислений значений функции  $G(a,b)$  для проводников разной ширины иллюстрируют уменьшение величины  $G(a,b)$ , а, следовательно, и амплитуды силового воздействия на обрабатываемую заготовку при увеличении отношения поперечных размеров индуктора и заготовки (первые три графика), причем, это уменьшение не превышает 10 % для  $(a/b) \in [0,1]$ , то есть варьирование относительных размеров проводников ведет к незначительному изменению сил взаимодействия между ними. Существенное влияние на величину  $G(a,b)$  оказывает общий поперечный размер системы проводников (четвертый график на рис. 3).

Для практических вычислений функцию  $G(L/h)$  весьма удобно представить более простой аппроксимированной зависимостью. Как показывают численные оценки, наилучшее приближение имеет место при аппроксимации формулы (4) гиперболической зависимостью вида:

$$G\left(\frac{L}{h}\right) \approx \frac{1}{1 + 0,27 \cdot (L/h)}. \quad (5)$$

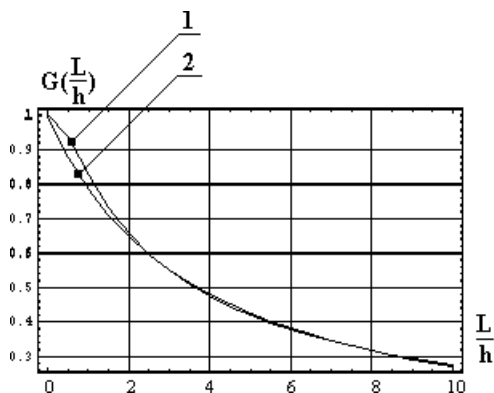


Рисунок 4 – Изменение функции  $G(L/h)$  в зависимости от геометрии системы ленточных параллельных проводников с токами. Кривая 1 – строгий расчет по формуле (3), кривая 2 – приближенный расчет по формуле (4)

Результаты расчетов по формулам (4) и (5) представлены на рис. 4. Сравнение кривых, построенных по результатам строгих и приближенных расчетов, показывает их хорошее совпадение. Характер изменения функции  $G(L/h)$  такой же, как на рис. 3, то есть силовое взаимодействие проводников будет снижаться с увеличением их ширины при постоянном расстоянии между ними.

Полученный результат будет справедлив и для случая реальных проводников, обладающих конечной величиной удельной электропроводности.

Пусть вне проводников имеет место свободное пространство.

Исходя из самых общих представлений об электродинамических взаимодействиях параллельных токов, протекающих в тонкостенных листовых металлах, запишем выражение для силы притяжения проводника с током  $I_2$  проводником с током  $I_1$ .

Данная оценка позволит установить связь развиваемых распределенных сил притяжения с известными в магнитно-импульсной обработке фундаментальными соотношениями для давлений на обрабатываемую заготовку.

Для наглядности на рис. 5, в аксонометрии показаны взаимодействующие плоские параллельные проводники (аналогичная схема была приведена на рис. 2). Элементарная распределенная сила притяжения (если токи противоположно направлены – тогда сила отталкивания, то есть магнитное давление) будет равна:

$$dP_{1-2}(x) = \mu_0 \cdot j_2(\vec{x}) \times H_1(\vec{x}) \cdot dx, \quad (6)$$

где  $x$  – пространственная координата, связанная с толщиной проводников;  $j_2(x)$  – плотность тока в поперечном сечении проводника с током  $I_2$ ;  $H_1(x)$  – напряженность магнитного поля, возбуждаемого током  $I_1$ , в проводнике с током  $I_2$ .

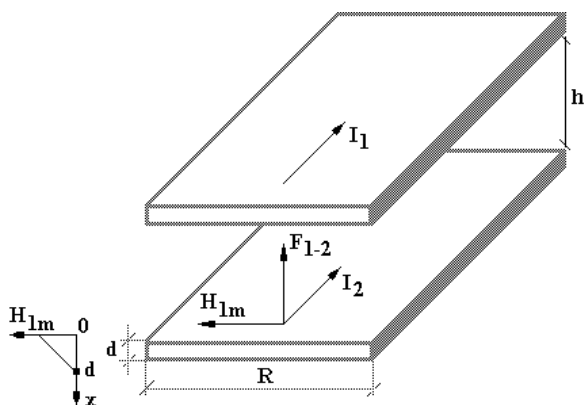


Рисунок 5 – Модель, иллюстрирующая электродинамическое взаимодействие двух параллельных токов

В случае достаточно тонких, с электромагнитной точки зрения [6], металлических листов распределение касательной компоненты напряженности магнитного поля по толщине имеет треугольную форму (вне листа поле отсутствует), а плотность тока в поперечном сечении распределена равномерно [7], то есть

$$\begin{cases} H_1(x) \approx H_{1m} \cdot \left(1 - \frac{x}{d}\right); \\ j_2(x) \approx \frac{I_2}{(R \cdot d)}, \end{cases} \quad (7)$$

где  $H_{1m}$  – значение напряженности магнитного поля, возбуждаемого током  $I_1$  на поверхности проводника с током  $I_2$ .

Подставляя (7) в (6) и интегрируя по  $x \in [0, d]$ , находим, что

$$P_{1-2} \approx \mu_0 \cdot \frac{\left(\frac{I_2}{R}\right) \cdot H_{1m}}{2}. \quad (8)$$

Записывая  $(I_2/R) \approx H_{2m}$ , из формулы (8) получаем, что

$$P_{1-2} \approx \mu_0 \cdot \frac{H_{2m} \cdot H_{1m}}{2} \Big|_{H_{2m} \approx H_{1m} \approx H_m} \approx \mu_0 \cdot \frac{H_m^2}{2}. \quad (9)$$

Как следует из результата (9), притяжение – отталкивание (магнитное давление) проводника с током под действием магнитного поля будет определяться формулой, хорошо известной из магнитно-импульсной обработки металлов [1].

Если рассматривается взаимодействие двух токов и  $H_{1m} \approx (I_1/R)$ , то

$$P^{(1)} = P_{1-2} + P_{2-1} \approx \mu_0 \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{R^2} = \mu_0 \cdot H_{1m} \cdot H_{2m}. \quad (10)$$

Теперь из выражения (2) найдем распределенную силу притяжения, приходящуюся на единицу площади.

$$P^{(2)} = \frac{F}{R \cdot \ell} \approx \mu_0 \cdot \frac{2 \cdot I_1 \cdot I_2}{R \cdot h} \cdot G\left(\frac{R}{h}\right). \quad (11)$$

Для  $\left(\frac{R}{h}\right) \gg 1$  из выражения (2) получаем, что  $G\left(\frac{R}{h}\right) \approx \frac{1}{2 \cdot (R/h)}$ . Кроме того,  $H_{1m} \approx (I_1/R)$ ,  $H_{2m} \approx (I_2/R)$ .

С учетом этих замечаний формула (11) принимает вид:

$$P^{(2)} = \mu_0 \cdot \frac{2 \cdot I_1 \cdot I_2}{R \cdot h} \cdot G\left(\frac{R}{h}\right) \approx \mu_0 \cdot H_{1m} \cdot H_{2m}. \quad (12)$$

Сравнение выражений (12) и (10) показывает их идентичность. То есть, в случае листовых металлов достаточно больших размеров их магнитное взаимодействие происходит независимо от природы возбуждаемых полей и токов в них.

При магнитно-импульсной обработке металлов временная зависимость токов, протекающих в индукторе прямого пропуска тока и заготовке, одинакова и описывается выражениями

$$\begin{cases} I_1(t) = I_{1m} e^{-\delta t} \sin(\omega t), \\ I_2(t) = I_{2m} e^{-\delta t} \sin(\omega t), \end{cases} \quad (13)$$

где  $I_{1m}$ ,  $I_{2m}$  – амплитуды токов в индукторе и заготовке,  $\delta, \omega$  – декремент затухания и циклическая частота разрядного тока магнитно-импульсной установки,  $t$  – время.

Из выражения (2) и (13) следует, что силу притяжения (отталкивания) плоской листовой заготовки к индуктору прямого пропуска тока, с учетом временной зависимости разрядного тока магнитно-импульсной установки, можно рассчитать по формуле

$$F(t) = F_m \cdot e^{-2\delta t} \sin^2(\omega t), \quad (14)$$

где

$$F_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot I_{1m} I_{2m} \frac{\ell}{h} G\left(\frac{R}{h}\right).$$

**Список литературы:** 1. Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. – Харьков: Вища школа, 1977. – 168 с. 2. Деформирование металла импульсным магнитным полем / Е.А. Попов, Ю.А. Бочаров, С.М. Поляк и др. // Кузнечно-штамповочное производство. – 1966. – №5. – С. 1-7. 3. Пат. 3187532 США, МКИ<sup>4</sup> B21D26/14, Кл. 72 – 56, опубл. в 1965 г. Metall-forming devices using direct electrode contact / Harold P. Furth. 4. Бондаренко А.Ю., Гузь И.И., Содин С.Л. Расчет электротепловых процессов в замкнутых контактах при нестационарном скин-эффекте / Ред. журн. «Изв. вузов. Энергетика». – Минск, 1986. – 11 с. – Деп. в ВИНТИ 01.04.86, № 2189 – В. 5. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1968. – 940 с. 6. Батыгин Ю.В., Бондаренко А.Ю. Соотношение между касательными составляющими векторов импульсного электромагнитного поля на поверхности тонкостенного проводника / Технічна електродинаміка. – 1997. – № 5. – С. 3-5. 7. Михайлов В.М. Импульсные электромагнитные поля. – Харьков: Вища школа, 1979. – 140 с.

Поступила в редколлегию 03.10.2006.